M	Z	M	1

氏名 カタカナで記入すること	

受験番号						

必ず２か所に受験番号を記入すること →

M	Z	M	1

受験番号

（令和８年度）　数学(医・医)　　解答用紙

解　答　欄

1.

(1)採点欄

(1) 点Hは平面OBC上より
実数s, tを用いて
$\overrightarrow{OH} = s\overrightarrow{OB} + t\overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} 3s+t \\ 2t \\ s+t \end{pmatrix}$
と表せる.
AH⊥(平面OBC)より
$\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{OC}$

よって $\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \\ \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{OC} = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} \\ \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 10s + 4t = 10 \\ 4s + 6t = 8 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} s = \frac{7}{11} \\ t = \frac{10}{11} \end{cases}$

よって, $H\left(\frac{31}{11}, \frac{20}{11}, \frac{17}{11}\right)$ //

(2) $\triangle OBC = \frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{OB}|^2|\overrightarrow{OC}|^2 - (\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC})^2}$
$= \frac{1}{2}\sqrt{10 \times 6 - 4^2}$
$= \sqrt{11}$ //

$\overrightarrow{AH} = \frac{9}{11}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ より $|\overrightarrow{AH}| = \frac{9}{\sqrt{11}}$

四面体OABCの体積は.
$\frac{1}{3} \cdot \triangle OBC \cdot AH = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{11} \cdot \frac{9}{\sqrt{11}}$
$= 3$ //

(3) 求める球面の方程式は,
点Oを通ることから.
実数a, b, cを用いて
$x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz = 0$
と表せる.
点A, B, Cを通ることから.

$\begin{cases} 21 + 2a + b + 4c = 0 \\ 10 + 3a + c = 0 \\ 6 + a + 2b + c = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{17}{9} \\ b = \frac{1}{9} \\ c = -\frac{13}{3} \end{cases}$

よって. 求める球面の方程式は
$x^2 + y^2 + z^2 - \frac{17}{9}x + \frac{1}{9}y - \frac{13}{3}z = 0$
$\Leftrightarrow \left(x - \frac{17}{18}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{18}\right)^2 + \left(z - \frac{13}{6}\right)^2 = \frac{1811}{324}$ //

(1)採点欄

← この線より右側に何も記入しないこと

（解答用紙の裏面には何も書かないこと。）

MZM2

氏名 カタカナで記入すること

受験番号

必ず2か所に受験番号を記入すること

(令和8年度) 数学(医・医) 解答用紙

MZM2

受験番号

解答欄

2.

(2)採点欄

(2)採点欄

この線より右側に何も記入しないこと

(1) ある1面を固定して考えると,
固定した面の対面の塗り方は5通り.
のこり4面の塗り方は,円順列を考えて$(4-1)!=6$通り.
よって,$5\times6=30$通り

(2)(i) 6色用いるとき.
(1)より 30通り
(ii) 5色用いるとき.
用いる色のえらび方は${}_6C_5=6$通り.
1組の対面が同色で塗り方は5通り.
のこりの面の塗り方は.
裏返すと重複するものが一対ずつあるから.
$\frac{(4-1)!}{2}=3$通り
よって,$6\times5\times3=90$通り
(iii) 4色用いるとき.
用いる色のえらび方は${}_6C_4=15$通り
2組の対面がそれぞれ同色で塗り方は${}_4C_2=6$通り.
のこりの面の塗り方は$(2-1)!=1$通り
よって,$15\times6\times1=90$通り
(iv) 3色用いるとき.
用いる色のえらび方は${}_6C_3=20$通り
3組の対面がそれぞれ同色で塗り方は1通り
よって,$20\times1=20$通り.
(i)〜(iv)より.
$30+90+90+20=230$通り

(解答用紙の裏面には何も書かないこと。)

M Z M 3

氏名 カタカナで記入すること	

受験番号

必ず2か所に受験番号を記入すること →

M Z M 3

受験番号

（令和8年度）　数学(医・医)　解答用紙

解答欄

3.

(3)採点欄

(3)採点欄

(1)(i) $m=1$のとき

$a_{n+1}=a_n-1$

よって, $a_n=0+(n-1)\cdot(-1)$

$=-n+1$

(ii) $m\geqq 2$のとき

$n\geqq 2$のとき

$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}\{(m-1)\cdot m^k-m\}$

$=0+(m-1)\cdot m\frac{m^{n-1}-1}{m-1}-m(n-1)$

$=m^n-mn$

$n=1$のとき $a_1=0$となり成り立つ

よって, $a_n=m^n-mn$

(i),(ii)より $a_n=m^n-mn$

(2) $a_9=m^9-9m=494$

$f(x)=x^9-9x\ (x\geqq 1)$とすると

$f'(x)=9(x^8-1)>0\ (\because x>1)$

よって, $f(x)$は単調増加

$f(2)=494$より

求めるmは $m=2$

(3) まず, $a_1=0$は素数でない.

(i) $m=1$のとき

$a_n=-n+1\leqq 0$であるから,

$\{a_n\}$に素数は含まない

(ii) $m=2$のとき

$a_n=2^n-2n$

$a_3=2$が素数.

(iii) $m=3$のとき

$a_n=3^n-3n$

$a_2=3$が素数.

(iv) $m\geqq 4$のとき

$a_n=m(m^{n-1}-n)$

$n\geqq 2$において

$m^{n-1}-n\geqq 2$ …(*)

であることを~~数学的~~帰納法によって示す.

$n=2$のとき

((*)の左辺) $=m-2\geqq 2$

よって(*)は成り立つ

$n=k(\geqq 2)$のとき(*)が成り立つと仮定すると

$m^{k-1}-k\geqq 2 \Leftrightarrow m^{k-1}\geqq k+2$

$n=k+1$のとき

((*)の左辺) $=m^k-(k+1)$

$=m\cdot m^{k-1}-k-1$

$\geqq m(k+2)-k-1$

$=(m-1)\cdot k+(2m-1)$

$\geqq 3\cdot 2+7$

$=13$

$\geqq 2$

よって, $n=k+1$のときも(*)は成り立つ.

したがって, $n\geqq 2$において(*)は成り立つから.

$\{a_n\}$に素数は含まれない

(i)~(iv)より

求めるmは $m=2,3$

← この線より右側に何も記入しないこと

解答欄

(4)採点欄

(4)採点欄

4.

(1) $f_k(x)-f_{k-1}(x)=\dfrac{\sin\frac{2k+1}{2}x-\sin\frac{2k-1}{2}x}{2\sin\frac{x}{2}}$

$=\dfrac{2\cos kx\sin\frac{x}{2}}{2\sin\frac{x}{2}}$

$=\cos kx$

(2) (1)より

$\int_1^\pi\{f_k(x)-f_{k-1}(x)\}dx=\int_1^\pi\cos kx\,dx$

⇔ $\int_1^\pi f_k(x)\,dx-\int_1^\pi f_{k-1}(x)\,dx=\left[\frac{1}{k}\sin kx\right]_1^\pi$

⇔ $I_k-I_{k-1}=-\dfrac{\sin k}{k}$

⇔ $\dfrac{\sin k}{k}=I_{k-1}-I_k$

よって、$\sum_{k=1}^{n}\dfrac{\sin k}{k}=\sum_{k=1}^{n}(I_{k-1}-I_k)=I_0-I_n$

ここで、$I_0=\int_1^\pi\frac{1}{2}dx=\dfrac{\pi-1}{2}$であるから、

$\sum_{k=1}^{n}\dfrac{\sin k}{k}=\dfrac{\pi-1}{2}-I_n$

(3) $f_n(x)=\dfrac{\sin nx\cos\frac{x}{2}+\cos nx\sin\frac{x}{2}}{2\sin\frac{x}{2}}$

$=\frac{1}{2}\sin nx\dfrac{\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}+\frac{1}{2}\cos nx$

$I_n=\left\{\left[\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{n}\cos nx\right)\cdot\dfrac{\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}\right]_1^\pi-\int_1^\pi\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{n}\cos nx\right)\left(-\dfrac{1}{2\sin^2\frac{x}{2}}\right)dx\right\}$
$+\left[\dfrac{\sin nx}{2n}\right]_1^\pi$

$=\dfrac{\cos n}{2n}\dfrac{\cos\frac{1}{2}}{\sin\frac{1}{2}}-\dfrac{1}{4n}\int_1^\pi\dfrac{\cos nx}{\sin^2\frac{x}{2}}dx-\dfrac{\sin n}{2n}$

ここで、$|\cos n|\leqq 1$ ⇔ $\left|\dfrac{\cos n}{2n}\right|\leqq\dfrac{1}{2n}$,

$|\sin n|\leqq 1$ ⇔ $\left|\dfrac{\sin n}{2n}\right|\leqq\dfrac{1}{2n}$

$\lim_{n\to\infty}\dfrac{1}{2n}=0$であるから、はさみうちの原理より

$\lim_{n\to\infty}\left|\dfrac{\cos n}{2n}\right|=0$ ⇔ $\lim_{n\to\infty}\dfrac{\cos n}{2n}=0$

$\lim_{n\to\infty}\left|\dfrac{\sin n}{2n}\right|=0$ ⇔ $\lim_{n\to\infty}\dfrac{\sin n}{2n}=0$

また、$1\leqq x\leqq\pi$において、

$1\leqq\dfrac{1}{\sin^2\frac{x}{2}}\leqq\dfrac{1}{\sin^2\frac{1}{2}}$であり

$-1\leqq\cos nx\leqq 1$より

$-\dfrac{1}{\sin^2\frac{1}{2}}\leqq\dfrac{\cos nx}{\sin^2\frac{x}{2}}\leqq\dfrac{1}{\sin^2\frac{1}{2}}$

これらの等号はつねには成り立たないので

$\int_1^\pi\left(-\dfrac{1}{\sin^2\frac{1}{2}}\right)dx<\int_1^\pi\dfrac{\cos nx}{\sin^2\frac{x}{2}}dx<\int_1^\pi\dfrac{1}{\sin^2\frac{1}{2}}dx$

⇔ $-\dfrac{\pi-1}{\sin^2\frac{1}{2}}<\int_1^\pi\dfrac{\cos nx}{\sin^2\frac{x}{2}}dx<\dfrac{\pi-1}{\sin^2\frac{1}{2}}$

⇔ $-\dfrac{1}{4n}\dfrac{\pi-1}{\sin^2\frac{1}{2}}<\dfrac{1}{4n}\int_1^\pi\dfrac{\cos nx}{\sin^2\frac{x}{2}}dx<\dfrac{1}{4n}\dfrac{\pi-1}{\sin^2\frac{1}{2}}$

$\lim_{n\to\infty}\left(\pm\dfrac{1}{4n}\dfrac{\pi-1}{\sin^2\frac{1}{2}}\right)=0$であるから、

はさみうちの原理より

$\lim_{n\to\infty}\dfrac{1}{4n}\int_1^\pi\dfrac{\cos nx}{\sin^2\frac{x}{2}}dx=0$.

よって、$\lim_{n\to\infty}I_n=0$

(4) (2),(3)より

$\sum_{k=1}^{\infty}\dfrac{\sin k}{k}=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\dfrac{\sin k}{k}$

$=\lim_{n\to\infty}\left(\dfrac{\pi-1}{2}-I_n\right)$

$=\dfrac{\pi-1}{2}$

この線より右側に何も記入しないこと