

物 理

物理問題 1

図1のように地上($z=0$)から、距離 d だけ離れた天井に固定された自然長 l_0 の細く軽いばねに、質量 m の小球が吊るされており静止している。この時ばねの長さは l_1 であった。この小球に上向きに力を加え、 l_0 まで縮めた後、静かに手を離すと小球は上下運動を開始した。この時、以下の問いに答えよ。重力加速度を g 、円周率を π とし、小球の大きさやばねの太さや質量、空気抵抗は無視するものとする。また小球は運動中に地上に触れることはない。

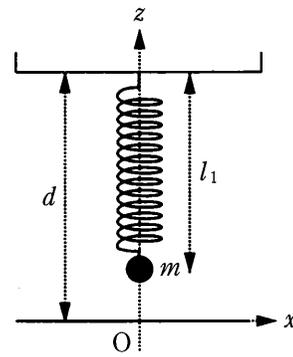


図 1

- (1) a)ばねのばね定数 k と b)小球の上下運動の周期 T_1 を d, m, g, l_0, l_1 のうち必要なものを用いて表せ。 c)小球の重さを $2m$ にした時に周期はどうなるかを説明せよ。
- (2) 小球の上下運動の時の a)ばねの長さの最大値 l_{\max} と b)小球の速さの最大値 V_{\max} を d, m, g, l_0, l_1 のうち必要なものを用いて表せ。
- (3) 次に小球を掴み、図2のように z 軸と角度 α となるところで手を離すと $x=0$ の地点をばねの長さ l_2 ($l_2 < d$)、速度 v_0 で通過した。手を離す直前のばねの長さが l_0 で、この運動が $x-z$ 平面上で生じる時、速度 v_0 を $d, m, g, k, l_0, l_2, \alpha$ のうち必要なものを用いて表せ。ただし、 k は(1)で求めたばね定数とする。

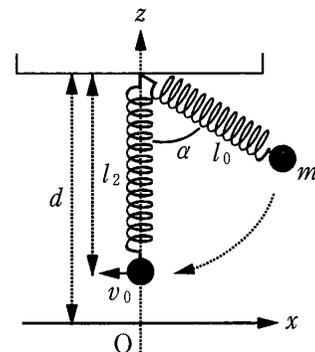


図 2

さらに再び小球を掴んで、 z 軸と角度 β をなし、ばねの長さを l_3 とした状態から、紙面に対し手前向きに力を加えたところ、鉛直方向(z 軸方向)下向きに β の傾きを持って天井から見て時計回りに速度 v_1 で等速円運動を開始した(図3)。この時のばねの長さは l_3 であった。この時、以下の問いに答えよ。ただし、運動中にばねの長さは l_3 から変化しないものとする。

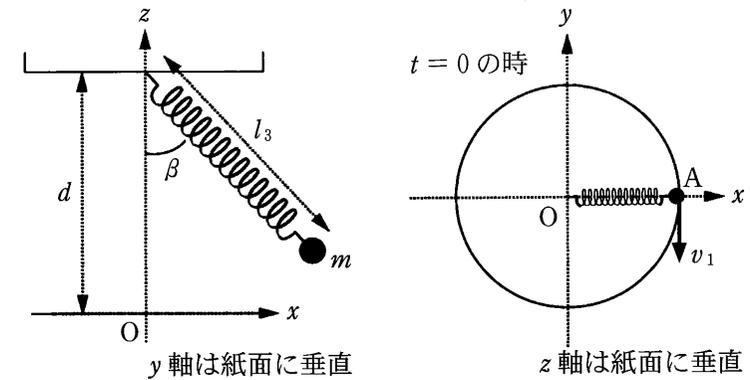


図 3

- (4) l_3 と l_1, l_0 の関係を示せ。
- (5) この時の a)速度 v_1 と b)円運動の周期 T_2 を $d, m, g, l_3, x_3, k, \beta$ のうち必要なものを用いて表せ。ただし、 x_3 はこの状態の時のばねの伸びであり、 k は(1)で求めたばね定数とする。

x, y, z 軸を図3のように定義する。小球が図中の点A($y=0$)にあった時、ばねと小球を切り離すと、小球は等速円運動から逸脱し、地上に落ちた。

- (6) a)小球を切り離してから地面に落ちるまでの時間 t_1 、および b)落ちた場所 ($z=0$) の $x-y$ 座標を $d, m, g, l_3, x_3, k, \beta$ のうち必要なものを用いて表せ。

物理問題 2

屈折率が n のプリズム OAB を光が通過する際の屈折について考える。 OA と OB は互いに垂直で、 $\angle OAB$ の角度は α 、 OA の長さは d である (図1)。 OA の面上の O から x だけ離れた位置 P に波長 λ の光が OA に垂直に入射し、 AB の面の点 Q から入射光の向きに対し角度 β だけ傾いて出射した。プリズムは真空中にあり、真空の屈折率は1である。以下の問いに答えよ。

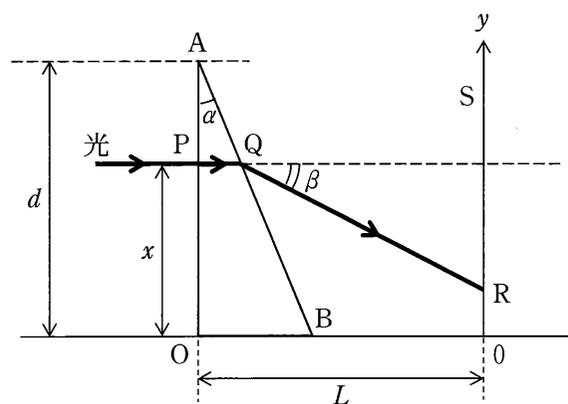


図1

- (1) P と Q の距離を α , x , d で表せ。
- (2) P と Q の間の光路長(光学的距離)はいくらか。 α , x , d , n で表せ。

Q から出た光は、右方にあるスクリーン S 上の位置 R に到達した。 S は OA と平行で距離 L の位置にある。スクリーン上に上向きに y 軸を設け、 OB を延長した線とスクリーンの交点を $y = 0$ とする。

- (3) R の位置 y_R を α , β , x , d , L で表せ。
- (4) Q と R の距離は λ の何倍か。 α , β , λ , x , d , L で表せ。

次に、前述のプリズム2つが OB の部分でつながった形状のプリズム ABA' への光の入射を考える (図2)。 AA' の中点を O とする。光は AA' 全面に垂直に同じ位相で入射する。 AB からの屈折光と $A'B$ からの屈折光が重なる部分では、干渉縞が現れる。図2は見やすさのために α や β を大きく描いてあるが、以下では α や β は1 rad より十分小さく、 $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$, $\cos \alpha \approx 1$ の近似 (β も同様の式) が成り立ち、 α や β の2次以上の項 (α と β の積も含む) が無視できるものとする。なお、プリズムの端の効果などによる干渉の乱れは無視するものとする。

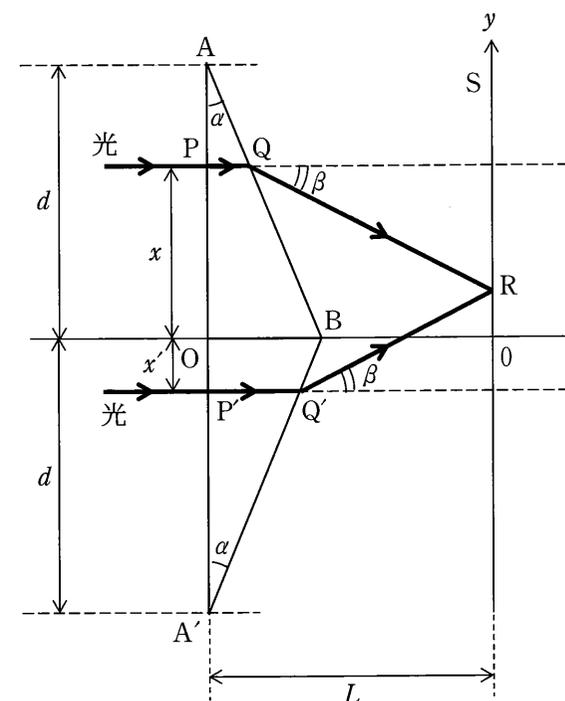


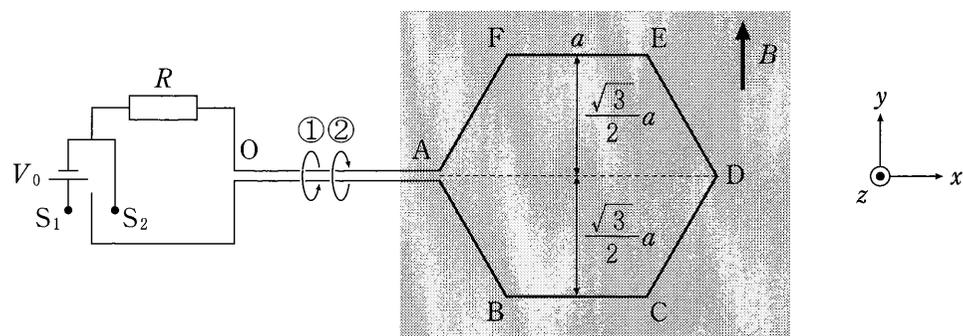
図2

- (5) β を α と n で表せ。
- (6) O から下方へ x' の位置 P' から入射した波長 λ の光が、 P から入射した光とスクリーン上の同じ点 R に到達した。 y_R を x と x' で表せ。
- (7) 経路 $P \rightarrow Q \rightarrow R$ と $P' \rightarrow Q' \rightarrow R$ の光路長(光学的距離)の差を α , x , x' , n で表せ。

(8) スクリーンの $y = 0$ の点は明るく、スクリーン上には等間隔に明暗の縞模様が現れる。 $y = 0$ の位置から $y > 0$ の向きに数えて m 番目の明るい位置 y_m を a, λ, m, n で表せ。

物理問題 3

図のように一辺の長さ a の正六角形状のコイル，起電力 V_0 の直流電源，抵抗値 R の抵抗，スイッチ S_1 と S_2 からなる回路がある。コイル側と電源・抵抗・スイッチ側は OA 間で 2 本の導線で結ばれており，コイルを含む回路全体は x 軸 (O-A-D を通る軸) の周りに①または②の方向に自由に回転できるようになっている。また，灰色で示した領域内では y 軸正方向に一様な磁束密度 B の磁場がかかっており， z 軸方向 (紙面に垂直な方向) には十分長い距離にわたって分布しているとする。初期状態において，コイル面は図のように xy 平面内にあるものとする。なお，OA 間の 2 本の導線の間隔は十分狭く，コイルの辺 AB，辺 AF の長さは他辺と同じく a とし，回路を構成する素子の質量は無視できるものとする。



図

はじめにスイッチを S_1 に入れ，回路に電流 I を流した場合を考える。コイルの自己インダクタンスは無視できるとして，以下の問いに答えよ。

- (1) コイルに流れる電流 I を， V_0 と R を用いて表せ。またコイルの BC 間を電流の流れる向きは $B \rightarrow C$ ， $C \rightarrow B$ のいずれか答えよ。

- (2) a) スイッチ入力直後の状態 (コイル面が図のように xy 平面内にある状態) において，コイルの BC 間を流れる電流が磁場から受ける力の大きさを V_0 ， R ， B ， a から必要なものを用いて表せ。また力の向きを答えよ (「 x 軸正の向き」のような答え方をすること)。b) 同様に，コイルの CD 間を流れる電流が磁場から受ける力の大きさと向きを答えよ。
- (3) スイッチ入力後，コイルは磁場による力のモーメントを受けて x 軸の周りに回転を始める。コイルは図の①，②のいずれの方向に回転を始めるか答えよ。また，スイッチ入力直後にコイル全体に作用する力のモーメントの総和を， V_0 ， R ， B ， a から必要なものを用いて表せ。ただし，回転軸に対して斜めに傾いている辺 AB，CD，DE，FA については，各辺の midpoint で回転軸周りの力のモーメントが作用するとみなしてよい。

次にスイッチを S_2 に切り替え，コイルに外力を加えて AD 軸の周りに②の方向に一定の角速度 ω ($\omega > 0$) で回転させる場合を考える。時刻 $t = 0$ でコイルの面が xy 平面内にあるとして，以下の問いに答えよ。

- (4) 時刻 t においてコイルを貫く磁束 $\Phi(t)$ を求めよ。ただし，磁束の正負はコイルが回転を始めてから半回転するまでは正の値をとるものとする。
- (5) 時刻 t においてコイルに生じる誘導起電力 $V(t)$ を求めよ。また，時刻 $t = 0$ においてコイルの BC 間を流れる誘導電流の向きは， $B \rightarrow C$ ， $C \rightarrow B$ のいずれか答えよ。
- (6) $\Phi(t)$ と $V(t)$ について， $t = 0$ からコイルが一周するまでの時刻 $t = T$ の間のグラフを図示せよ。なお，グラフ中で $\Phi(t)$ ， $V(t)$ の最大値・最小値はそれぞれ $\pm \Phi_m$ ， $\pm V_m$ としてよい。

次にスイッチは S_2 に入力状態のまま、 y 軸に沿う向きの一様磁場を $B_y(t) = B_0 \cos(\Omega t)$ (B_0 は定数、 Ω は正の定数)で周期変化する磁場に切り替え、コイルを再び一定の角速度 ω で回転させた。時刻 $t = 0$ においてコイル面は xy 平面上にあるとする。必要に応じて以下の三角関数の公式を用いてもよい。

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)$$

$$2\cos(\alpha)\cos(\beta) = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$$

$$2\sin(\alpha)\sin(\beta) = -\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$$

(7) 時刻 t においてコイルを貫く磁束 $\Phi(t)$ と、そこから微小時間 Δt 経過したときにコイルを貫く磁束 $\Phi(t + \Delta t)$ の変化分 $\Delta\Phi = \Phi(t + \Delta t) - \Phi(t)$ について、 Δt の1次の項まで導出せよ。 $\omega\Delta t \ll 1$ 、 $\Omega\Delta t \ll 1$ とみなし、 $\cos(\omega\Delta t) \doteq 1$ 、 $\cos(\Omega\Delta t) \doteq 1$ 、 $\sin(\omega\Delta t) \doteq \omega\Delta t$ 、 $\sin(\Omega\Delta t) \doteq \Omega\Delta t$ と近似してよい。

(8) コイルに発生する誘導起電力の角周波数が一様磁場の場合のちょうど2倍(すなわち 2ω)となるような Ω はいくらか?

物理問題 4

原子炉の中では重い原子核が中性子を吸収して分裂するとともに、いくつかの中性子を放出する。電気素量を $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ 、真空中の光速を $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ 、ボルツマン定数を $k = 1.4 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ 、プランク定数を $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ Js}$ 、中性子の質量を $M = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ として、以下の問いに答えよ。

原子核 ^{235}U は 1 つの中性子を吸収して分裂する。 ^{235}U が 2 つの原子核に分裂し、同時に 3 つの中性子を放出する場合を考える。

- (1) 分裂後の一方の原子核が ^{140}Be である場合、もう一つの原子核の質量数と陽子数を答えよ。
- (2) この反応では質量が減少し、減少分はエネルギーとして放出される。放出されるエネルギーを $2.0 \times 10^8 \text{ eV}$ として、質量の減少量を有効数字 2 桁で kg 単位で求めよ。

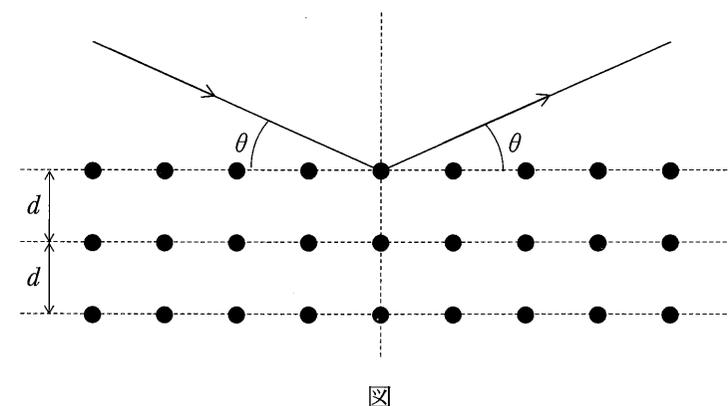
原子炉内の中性子の集団を単原子理想気体とみなす。原子炉の絶対温度を T とする。

- (3) 中性子の運動エネルギーの平均値を M 、 k 、 T のうち必要なものを用いて表せ。
- (4) 原子炉の温度を $T = 374 \text{ K}$ とする。単位を m/s として、中性子の二乗平均速度 $\sqrt{v^2}$ を有効数字 2 桁で求めよ。必要ならば、 $|b| \ll 1$ の場合に成り立つ近似式 $\sqrt{a^2(1+b)} \approx |a|(1 + \frac{b}{2})$ を用いてよい。

問(4)の二乗平均速度は中性子の平均の速さの目安を表す。以下で考える中性子はこの速さを持つものとする。

- (5) 中性子は電子と同様に波動性を示す。中性子のド・ブロイ波長 λ を M 、 k 、 T 、 h で表せ。
- (6) 単位を m として、波長 λ の値を有効数字 2 桁で求めよ。

原子炉に小さい開口部を設け、そこから問(4)の速さを持つ中性子を取り出した。これを図のように、原子配列面(格子面)間隔 d で積み重なった結晶の格子面に対し θ の角度で中性子を入射した。 θ を 0 から徐々に増やしていくと、 $\theta = \theta_0$ で初めて中性子のブラッグ反射が観測された。



- (7) $\sin \theta_0$ を d 、 λ で表せ。
- (8) 問(6)で求めた λ の値を使って、 θ_0 が 30° の時の d を m 単位で有効数字 2 桁で求めよ。

問題補足

科目名： 物理（前期）

物理問題1 3ページ、4ページ共通

ばねは伸び縮みするが、曲がらないものとする。

問題訂正

科目名 : 物理 (前期)

物理問題2 6 ページ 下から3行目

(誤) y_R を x と x' で表せ

(正) 点Rのy座標 y_R を x と x' で表せ